

7 Goniometrie

Voorkennis Rechthoekige driehoeken

Bladzijde 48

- 1 In $\triangle BCD$ is $\angle B = 90^\circ$, dus $CD^2 = BC^2 + BD^2$
 $CD^2 = 1,5^2 + 2,9^2 = 10,66$
 $CD = \sqrt{10,66} \approx 3,26$
- In $\triangle ABD$ is $\angle B = 90^\circ$, dus $AD^2 = AB^2 + BD^2$
 $AD^2 = 5,7^2 + 2,9^2 = 40,9$
 $AD = \sqrt{40,9} \approx 6,40$
- In $\triangle AEF$ is $\angle E = 90^\circ$, dus $AE^2 + EF^2 = AF^2$
 $2,9^2 + EF^2 = 3,1^2$
 $EF^2 = 3,1^2 - 2,9^2 = 1,2$
 $EF = \sqrt{1,2} \approx 1,10$
- 2 In $\triangle ABE$ is $\angle B = 90^\circ$, dus $AB^2 + BE^2 = AE^2$
 $2^2 + BE^2 = 3^2$
 $BE^2 = 3^2 - 2^2 = 5$
 $BE = \sqrt{5} = 2,23\dots$
 $BD = BE + DE = 2,23\dots + 1 = 3,23\dots$
- In $\triangle BCD$ is $\angle B = 90^\circ$, dus $CD^2 = BC^2 + BD^2$
 $CD^2 = 5^2 + 3,23\dots^2 = 35,47\dots$
 $CD = \sqrt{35,47\dots} \approx 6,0$

7.1 Hellingsgetal en tangens

Bladzijde 49

- 1 a $7 = \frac{3}{x}$
 $\frac{7}{1} = \frac{3}{x}$
 $7x = 3$
 $x = \frac{3}{7}$
- b $7 = \frac{x}{3}$
 $\frac{7}{1} = \frac{x}{3}$
 $x = 21$
- c $5 = \frac{11}{x}$
 $\frac{5}{1} = \frac{11}{x}$
 $5x = 11$
 $x = \frac{11}{5} = 2\frac{1}{5}$
- 2 a $a = \frac{x}{b}$ geeft $\frac{a}{1} = \frac{x}{b}$, dus $1 \cdot x = a \cdot b$, dus $x = ab$.
- b $a = \frac{b}{x}$ geeft $\frac{a}{1} = \frac{b}{x}$, dus $a \cdot x = 1 \cdot b$, dus $x = \frac{b}{a}$.

Bladzijde 50

- 3 a $21,3 = \frac{x}{16,9}$ geeft $x = 21,3 \cdot 16,9 = 359,97$
- b $21,3 = \frac{16,9}{x}$ geeft $x = \frac{16,9}{21,3} \approx 0,79$
- c $9,8 = \frac{1}{x}$ geeft $x = \frac{1}{9,8} \approx 0,10$
- 4 a $0,18 = \frac{2}{p}$ geeft $p = \frac{2}{0,18} \approx 11$
- b $0,12 = \frac{q}{280}$ geeft $q = 0,12 \cdot 280 \approx 34$
- c $0,376 = \frac{3200}{r}$ geeft $r = \frac{3200}{0,376} \approx 8511$

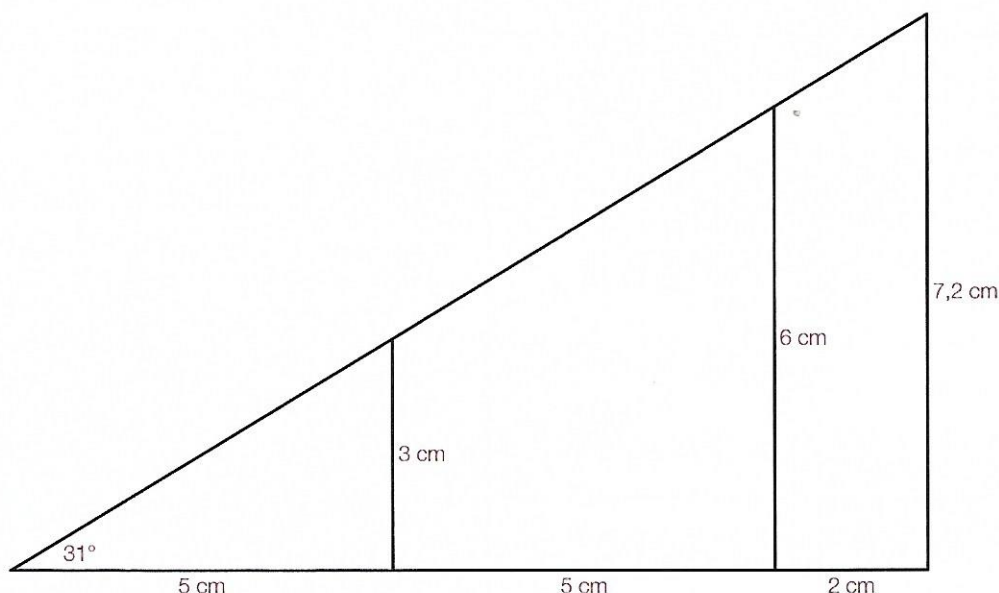
- 5 a** Bij een horizontale verplaatsing van één meter is de verticale verplaatsing $\frac{9}{40} = 0,225$ meter.
- b** Bij een horizontale verplaatsing van één meter is van helling b de verticale verplaatsing $\frac{12}{60} = 0,2$ meter, en is van helling c de verticale verplaatsing $\frac{11}{50} = 0,22$ meter.
- Bij helling a is bij een horizontale verplaatsing van één meter de verticale verplaatsing het grootst, dus helling a is het steilst.

Bladzijde 51

- 6 a** hellingsgetal = $\frac{\text{verticale verplaatsing}}{\text{horizontale verplaatsing}} = \frac{54}{305} \approx 0,18$
- b** hellingsgetal = $\frac{\text{verticale verplaatsing}}{\text{horizontale verplaatsing}}$ geeft $0,37 = \frac{\text{verticale verplaatsing}}{300}$
Dus de verticale verplaatsing is $0,37 \cdot 300 = 111$.
- c** hellingspercentage = 27%, dus hellingsgetal = 0,27.
hellingsgetal = $\frac{\text{verticale verplaatsing}}{\text{horizontale verplaatsing}}$ geeft $0,27 = \frac{112}{\text{horizontale verplaatsing}}$
Dus de horizontale verplaatsing is $\frac{112}{0,27} \approx 414,81$.
- 7** hellingspercentage = 16%, dus hellingsgetal = 0,16.
hellingsgetal = $\frac{\text{verticale verplaatsing}}{\text{horizontale verplaatsing}}$ geeft $0,16 = \frac{29,6}{\text{horizontale verplaatsing}}$
Dus de horizontale verplaatsing is $\frac{29,6}{0,16} = 185$ meter.

Bladzijde 52

- 8** hellingspercentage = 142%, dus hellingsgetal = 1,42.
hellingsgetal = $\frac{\text{verticale verplaatsing}}{\text{horizontale verplaatsing}}$ geeft $1,42 = \frac{177,5}{\text{horizontale verplaatsing}}$
Dus de horizontale verplaatsing is $\frac{177,5}{1,42} = 125$ meter.
- 9** De drempel heeft een maximale lengte bij 8% hellingspercentage en $h = 0,15$ m.
hellingspercentage = 8%, dus hellingsgetal = 0,08.
hellingsgetal = $\frac{\text{verticale verplaatsing}}{\text{horizontale verplaatsing}}$ geeft $0,08 = \frac{0,15}{AB}$
 $AB = \frac{0,15}{0,08} = 1,875$ meter
De maximale lengte AD van de verkeersdrempel is $3,5 + 2 \cdot 1,875 \approx 7,3$ meter.
De drempel heeft een minimale lengte bij 12% hellingspercentage en $h = 0,1$ m.
hellingspercentage = 12%, dus hellingsgetal = 0,12.
hellingsgetal = $\frac{\text{verticale verplaatsing}}{\text{horizontale verplaatsing}}$ geeft $0,12 = \frac{0,1}{AB}$
 $AB = \frac{0,1}{0,12} = 0,83 \dots$ meter
De minimale lengte AD van de verkeersdrempel is $3,5 + 2 \cdot 0,83 \dots \approx 5,2$ meter.
- 10** Voor een lijn met richtingscoëfficiënt $\frac{2}{7}$ geldt: bij een horizontale verplaatsing van 7 naar rechts, is de verticale verplaatsing 2 omhoog. En omdat hellingsgetal = $\frac{\text{verticale verplaatsing}}{\text{horizontale verplaatsing}}$, is van lijn l het hellingsgetal = $\frac{2}{7} = 0,2857 \dots$ en dit geeft hellingspercentage $\approx 28,6\%$.

11 a

verticale verplaatsing ≈ 3 cm geeft hellingsgetal $= \frac{\text{verticale verplaatsing}}{\text{horizontale verplaatsing}} \approx \frac{3}{5} = 0,6$

b verticale verplaatsing ≈ 6 cm geeft hellingsgetal $= \frac{\text{verticale verplaatsing}}{\text{horizontale verplaatsing}} \approx \frac{6}{10} = 0,6$

c verticale verplaatsing $\approx 7,2$ cm geeft hellingsgetal $= \frac{\text{verticale verplaatsing}}{\text{horizontale verplaatsing}} \approx \frac{7,2}{12} = 0,6$

Bladzijde 53

12 a Zie de schets hiernaast.

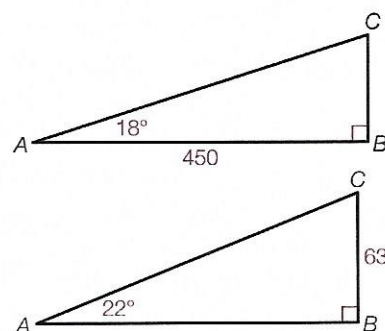
$$\tan(\angle A) = \frac{BC}{AB} \text{ geeft } \tan(18^\circ) = \frac{BC}{450}$$

$$BC = 450 \tan(18^\circ) \approx 146,2 \text{ meter}$$

b Zie de schets hiernaast.

$$\tan(\angle A) = \frac{BC}{AB} \text{ geeft } \tan(22^\circ) = \frac{63}{AB}$$

$$AB = \frac{63}{\tan(22^\circ)} \approx 156 \text{ meter}$$



13 a Zijde AC is de verticale verplaatsing.
Zijde AB is de horizontale verplaatsing.

b $\tan(\angle B) = \frac{AC}{AB} \text{ geeft } \tan(22^\circ) = \frac{AC}{4,5}$

$$AC = 4,5 \tan(22^\circ) \approx 1,82 \text{ cm}$$

c $\angle A = 90^\circ$, dus $BC^2 = AB^2 + AC^2$
 $BC^2 = 4,5^2 + 1,81...^2 = 23,55...$
 $BC = \sqrt{23,55...} \approx 4,9 \text{ cm}$

14 a $\tan(\angle A) = \frac{BC}{AB} \text{ geeft } \tan(15^\circ) = \frac{BC}{98}$

$$BC = 98 \tan(15^\circ) \approx 26,26 \text{ meter}$$

b $\angle B = 90^\circ$, dus $AC^2 = AB^2 + BC^2$
 $AC^2 = 98^2 + 26,259...^2 = 10293,5...$
 $AC = \sqrt{10293,5...} \approx 101,5 \text{ meter}$

c De oppervlakte van de piste is $24 \cdot 101,45... \approx 2435 \text{ m}^2$.

Bladzijde 54

- 15 a** Zie de figuur hiernaast.

$$\tan(\angle A) = \frac{BC}{AB} \text{ geeft } \tan(9,5^\circ) = \frac{1000}{AB}$$

$$AB = \frac{1000}{\tan(9,5^\circ)} \approx 5976$$

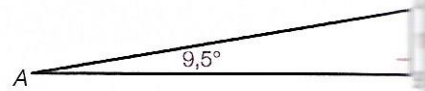
Dus de horizontale afstand die de vlieger aflegt is ongeveer 5976 meter.

- b** $\angle B = 90^\circ$, dus $AC^2 = AB^2 + BC^2$

$$AC^2 = 5975,7...^2 + 1000^2 = 36\,709\,759,7...$$

$$AC = \sqrt{36\,709\,759,7...} = 6058,8...$$

Zijn gemiddelde snelheid is $\frac{6058,8...}{85} \cdot 3,6 \approx 257$ km per uur.



- 16 a** hellingshoek $\approx 35^\circ$

- c** hellingshoek $= 45^\circ$

- b** hellingshoek $\approx 11^\circ$

- d** hellingshoek $\approx 6^\circ$

Bladzijde 55

- 17** $\tan(\angle A) = \frac{BC}{AB} = \frac{22}{40}$ geeft $\angle A \approx 28,8^\circ$

$$\tan(\angle E) = \frac{DF}{DE} = \frac{29}{39} \text{ geeft } \angle E \approx 36,6^\circ$$

$$\tan(\angle K) = \frac{LM}{KL} = \frac{36}{28} \text{ geeft } \angle K \approx 52,1^\circ$$

hellingspercentage $= 18\%$, dus hellingsgetal $= 0,18$ geeft $\angle P \approx 10,2^\circ$.

- 18** hellingspercentage $= 50\%$, dus hellingsgetal $= 0,5$.

$\tan(\text{hellingshoek}) = 0,5$ geeft hellingshoek $\approx 26,6^\circ$

Dus de maximale hellingshoek die deze pistebully aankan, is ongeveer $26,6^\circ$.

- 19 a** Zie de schets hiernaast met trapleuning AC.

$$\tan(\angle A) = \frac{BC}{AB} = \frac{60}{120} \text{ geeft } \angle A \approx 26,6^\circ$$

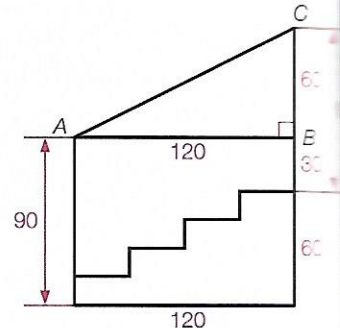
Dus de hellingshoek van de trapleuning is ongeveer $26,6^\circ$.

- b** In $\triangle ABC$ is $\angle B = 90^\circ$, dus $AC^2 = AB^2 + BC^2$

$$AC^2 = 120^2 + 60^2 = 18\,000$$

$$AC = \sqrt{18\,000} \approx 134,2$$

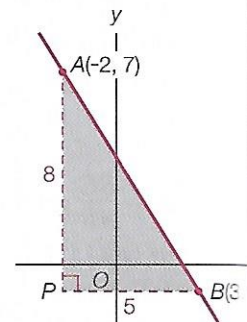
Dus de lengte van de trapleuning is ongeveer 134,2 cm.



- 20** Zie de schets hiernaast met hellingshoek B.

$$\tan(\angle B) = \frac{AP}{BP} = \frac{8}{5} \text{ geeft } \angle B \approx 58,0^\circ$$

Dus de hellingshoek is ongeveer $58,0^\circ$.



21 Zie de figuur hiernaast.

$$\text{In } \triangle APC \text{ is } \tan(\angle A_{12}) = \frac{CP}{AP} = \frac{4}{3}.$$

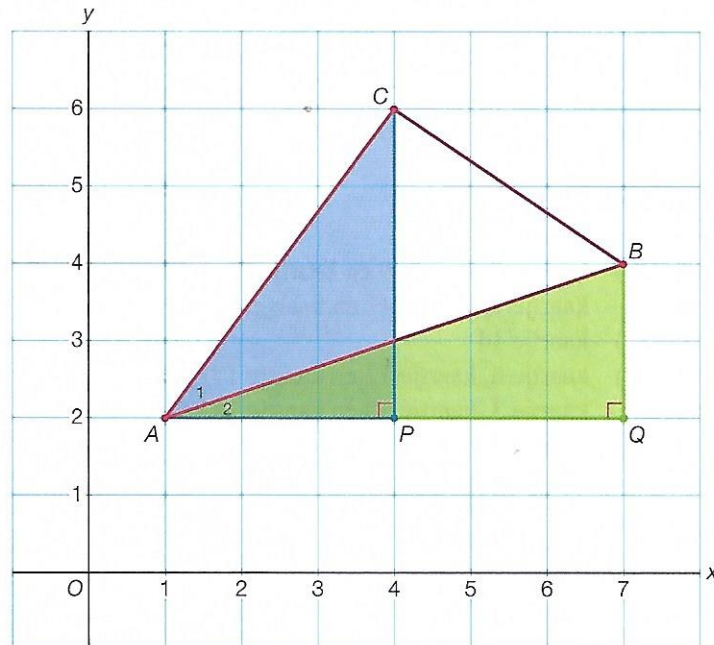
Dit geeft $\angle A_{12} = 53,13\dots^\circ$.

$$\text{In } \triangle AQB \text{ is } \tan(\angle A_2) = \frac{BQ}{AQ} = \frac{2}{6}.$$

Dit geeft $\angle A_2 = 18,43\dots^\circ$.

Dus in $\triangle ABC$ is

$$\angle A = 53,13\dots^\circ - 18,43\dots^\circ \approx 34,7^\circ.$$



7.2 Berekeningen met tangens

Bladzijde 56

- 22 a BC is de schuine zijde, AB en AC zijn de rechthoekszijden.
 b Rechthoekszijde AC ligt tegenover $\angle B$.
 c Dit is rechthoekszijde AB .

Bladzijde 57

23 $\tan(\angle L_1) = \frac{MN}{LN} = \frac{1,1}{6}$ geeft $\angle L_1 = 10,38\dots^\circ$

$$\tan(\angle L_2) = \frac{KN}{LN} = \frac{2,5}{6} \text{ geeft } \angle L_2 = 22,61\dots^\circ$$

$$\text{Dus } \angle L_{12} = 10,38\dots^\circ + 22,61\dots^\circ \approx 33,0^\circ.$$

- 24 a Van $\angle E$ is DF de overstaande rechthoekszijde en DE de aanliggende rechthoekszijde.
 b $\tan(\angle E) = \frac{DF}{DE} = \frac{4,8}{9}$ geeft $\angle E \approx 28,1^\circ$
 $\angle F \approx 180^\circ - 90^\circ - 28,07\dots^\circ = 61,9^\circ$ (hoekensom driehoek)

- 25 a $\angle A$ is een scherpe hoek van de rechthoekige driehoek ACD .
 In $\triangle ACD$ is CD de overstaande rechthoekszijde van $\angle A$,
 en is AD de aanliggende rechthoekszijde van $\angle A$.
 b $\tan(\angle A) = \frac{CD}{AD} = \frac{5,6}{4,2}$ geeft $\angle A \approx 53,1^\circ$
 c $\tan(\angle B) = \frac{CD}{BD} = \frac{5,6}{9}$ geeft $\angle B \approx 31,9^\circ$
 $\angle C_{12} = 180^\circ - 53,13\dots^\circ - 31,89\dots^\circ \approx 95,0^\circ$ (hoekensom driehoek)

- 26 a $\tan(\angle E) = \frac{DF}{DE} = \frac{2,4}{4,5}$ geeft $\angle E \approx 28,1^\circ$
 $\angle F = 180^\circ - 90^\circ - 28,07\dots^\circ \approx 61,9^\circ$ (hoekensom driehoek)
 b $\tan(\angle R_1) = \frac{PS}{RS} = \frac{5,4}{4,1}$ geeft $\angle R_1 = 52,79\dots^\circ$
 $\tan(\angle R_2) = \frac{QS}{RS} = \frac{1,4}{4,1}$ geeft $\angle R_2 = 18,85\dots^\circ$
 Dus $\angle R_{12} = 52,79\dots^\circ + 18,85\dots^\circ \approx 71,6^\circ$.

27 $\tan(\angle L_1) = \frac{KN}{LN} = \frac{25,2}{24}$ geeft $\angle L_1 = 46,39\dots^\circ$
 $\tan(\angle L_2) = \frac{MN}{LN} = \frac{23,8}{24}$ geeft $\angle L_2 = 44,76\dots^\circ$
 Dus $\angle L_{12} = 46,39\dots^\circ + 44,76\dots^\circ \approx 91,2^\circ$.

Bladzijde 58

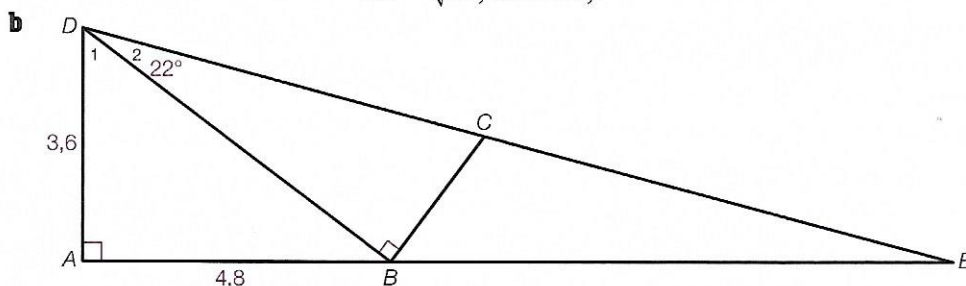
28 $\tan(\angle E_2)$ kaartje 1
 $\tan(\angle B_1)$ kaartje 2, kaartje 9 en kaartje 13
 $\tan(\angle C)$ kaartje 7, kaartje 11 en kaartje 15
 $\tan(\angle E_4)$ kaartje 14
 $\tan(\angle A_1)$ kaartje 6, kaartje 12 en kaartje 17
 $\tan(\angle D)$ kaartje 3, kaartje 10 en kaartje 16
 $\tan(\angle B_2)$ kaartje 5 en kaartje 8
 $\tan(\angle A_2)$ kaartje 4 en kaartje 18

29 a $\tan(\angle C) = \frac{AB}{BC}$ geeft $\tan(63^\circ) = \frac{8}{BC}$
 $BC = \frac{8}{\tan(63^\circ)} \approx 4,1$
 b $\tan(\angle K) = \frac{LM}{KM}$ geeft $\tan(33^\circ) = \frac{LM}{3,7}$
 $LM = 3,7 \tan(33^\circ) \approx 2,4$

Bladzijde 59

30 a $\tan(\angle P) = \frac{QS}{PS}$ geeft $\tan(29^\circ) = \frac{QS}{8,6}$
 $QS = 8,6 \tan(29^\circ) \approx 4,8$
 b $\tan(\angle R) = \frac{QS}{RS} = \frac{4,76\dots}{4}$ geeft $\angle R \approx 50,0^\circ$

31 a In $\triangle ABD$ is $\angle A = 90^\circ$, dus $BD^2 = AB^2 + AD^2$
 $BD^2 = 4,8^2 + 3,6^2 = 36$
 $BD = \sqrt{36} = 6$
 $\tan(\angle D_2) = \frac{BC}{BD}$ geeft $\tan(22^\circ) = \frac{BC}{6}$
 $BC = 6 \tan(22^\circ) \approx 2,4$
 In $\triangle BCD$ is $\angle B = 90^\circ$, dus $CD^2 = BD^2 + BC^2$
 $CD^2 = 6^2 + 2,42\dots^2 = 41,87\dots$
 $CD = \sqrt{41,87\dots} \approx 6,5$



$\tan(\angle D_1) = \frac{AB}{AD} = \frac{4,8}{3,6}$ geeft $\angle D_1 = 53,13\dots^\circ$
 $\angle D_{12} = 53,13\dots^\circ + 22^\circ = 75,13\dots^\circ$
 $\tan(\angle D_{12}) = \frac{AE}{AD}$ geeft $\tan(75,13\dots^\circ) = \frac{AE}{3,6}$
 $AE = 3,6 \tan(75,13\dots^\circ) \approx 13,6$

32 $\tan(\angle A) = \frac{BC}{AB}$ geeft $\tan(41^\circ) = \frac{BC}{10}$
 $BC = 10 \tan(41^\circ) = 8,69\dots$
 Dus de hoogte van de boom is $1,65 + 8,69\dots \approx 10,3$ meter.

33 Als $\angle A = 90^\circ$, dan geldt $\tan(\angle B) = \frac{AC}{AB}$.

Dit geeft dan dat $\tan(37^\circ) = \frac{AC}{7}$, dus $AC = 7 \tan(37^\circ) = 5,27\dots$

Bedenk dat als $\angle A > 90^\circ$ dan is $AC > 5,27\dots$,
dus $AC = 5$ is alleen mogelijk als $\angle A < 90^\circ$.

34 $\tan(\angle A) = \frac{BF}{AB}$ geeft $\tan(18^\circ) = \frac{7}{AB}$, dus $AB = \frac{7}{\tan(18^\circ)} = 21,5\dots$

Van EF is hellingspercentage = 4%, dus hellingsgetal = 0,04.

hellingsgetal = $\frac{\text{verticale verplaatsing}}{\text{horizontale verplaatsing}}$ geeft $0,04 = \frac{8-7}{BC}$, dus $BC = \frac{1}{0,04} = 25$.

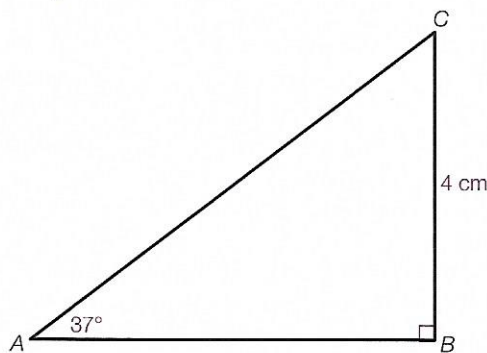
$CD = 55 - 25 - 21,5\dots = 8,4\dots$

$\tan(\angle D) = \frac{CE}{CD} = \frac{8}{8,4\dots}$ geeft $\angle D \approx 43,4^\circ$

7.3 De sinus

Bladzijde 60

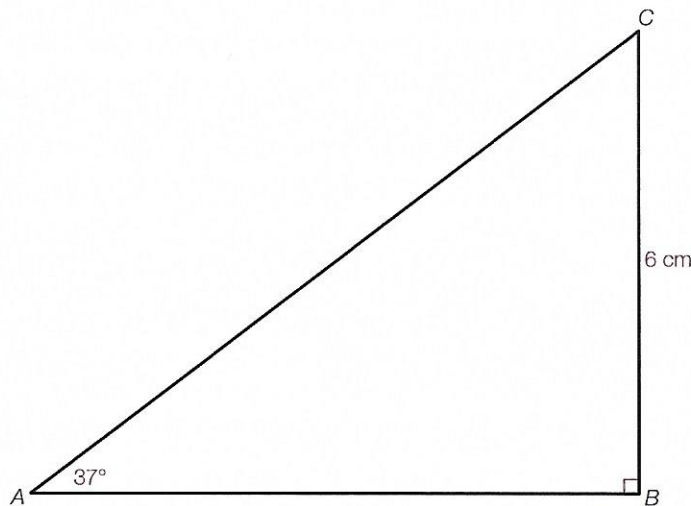
35 a



b Meten geeft $AC \approx 6,6$ cm.

$$\frac{\text{overstaande rechthoekszijde van } \angle A}{\text{schuine zijde}} = \frac{BC}{AC} \approx \frac{4}{6,6} \approx 0,6$$

c



Meten geeft $AC \approx 10,0$ cm.

$$\frac{\text{overstaande rechthoekszijde van } \angle A}{\text{schuine zijde}} = \frac{BC}{AC} \approx \frac{6}{10,0} = 0,6$$

Blijft $\angle A$ gelijk, dan blijft de verhouding

$$\frac{\text{overstaande rechthoekszijde van } \angle A}{\text{schuine zijde}}$$
 ook gelijk.

Bladzijde 61

36 a $\sin(\angle C) = \frac{AB}{BC}$ geeft $\sin(61^\circ) = \frac{AB}{11}$

$$AB = 11 \sin(61^\circ) \approx 9,6$$

b $\sin(\angle K) = \frac{LM}{KL} = \frac{5}{10}$ geeft $\angle K = 30^\circ$

37 $\sin(\angle B) = \frac{AC}{BC} = \frac{15}{46}$ geeft $\angle B \approx 19,0^\circ$

$$\angle C \approx 180^\circ - 90^\circ - 19,03...^\circ = 71,0^\circ \text{ (hoekensom driehoek)}$$

$$\sin(\angle F) = \frac{DE}{EF} = \frac{26}{45} \text{ geeft } \angle F \approx 35,3^\circ$$

$$\angle E \approx 180^\circ - 90^\circ - 35,29...^\circ = 54,7^\circ \text{ (hoekensom driehoek)}$$

38 $\sin(\angle M) = \frac{KL}{KM}$ geeft $\sin(36^\circ) = \frac{15}{KM}$, dus $KM = \frac{15}{\sin(36^\circ)} \approx 25,5$.

$$\tan(\angle M) = \frac{KL}{LM} \text{ geeft } \tan(36^\circ) = \frac{15}{LM}, \text{ dus } LM = \frac{15}{\tan(36^\circ)} \approx 20,6.$$

$$\sin(\angle P) = \frac{QR}{PQ} \text{ geeft } \sin(63^\circ) = \frac{QR}{30}, \text{ dus } QR = 30 \sin(63^\circ) \approx 26,7.$$

$$\tan(\angle P) = \frac{QR}{PR} \text{ geeft } \tan(63^\circ) = \frac{26,73...}{PR}, \text{ dus } PR = \frac{26,73...}{\tan(63^\circ)} \approx 13,6.$$

39 $\sin(\text{hellingshoek}) = \frac{\text{verticaal}}{\text{lengte touw}}$ geeft $\sin(43^\circ) = \frac{\text{verticaal}}{80}$

$$\text{verticaal} = 80 \sin(43^\circ) = 54,5...$$

Dus de hoogte van de vlieger is $54,5... + 1 \approx 56$ meter.

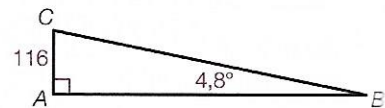
40 Zie de schets hiernaast.

$$AC = 940 - 824 = 116$$

$$\sin(\angle B) = \frac{AC}{BC} \text{ geeft } \sin(4,8^\circ) = \frac{116}{BC}$$

$$BC = \frac{116}{\sin(4,8^\circ)} = 1386,2...$$

$$\text{Haar gemiddelde snelheid is } \frac{1386,2...}{51,99} \cdot 3,6 \approx 96,0 \text{ km per uur.}$$

**7.4 Goniometrische verhoudingen****Bladzijde 62**

41 a $\tan(\angle A) = \frac{3}{4}$ geeft $\angle A = 36,86...^\circ$

b $\cos(36,86...^\circ) = 0,8$

Je hebt de verhouding $\frac{AB}{AC}$ berekend, want $\frac{AB}{AC} = \frac{4}{5} = 0,8$.

Bladzijde 63

42 $\tan(\angle L_1) = \frac{KM}{KL} = \frac{6}{3}$ geeft $\angle L_1 \approx 63,4^\circ$

$$\cos(\angle L_2) = \frac{KL}{LN} = \frac{3}{4} \text{ geeft } \angle L_2 \approx 41,4^\circ$$

43 a $\cos(\angle A) = \frac{AB}{AC}$

c $\sin(\angle C) = \frac{AB}{AC}$

b $\tan(\angle A) = \frac{BC}{AB}$

d $\cos(\angle C) = \frac{BC}{AC}$

44 a $\sin(\angle C) = \frac{AD}{AC}$ c $\tan(\angle A_1) = \frac{BD}{AD}$ e $\cos(\angle C) = \frac{CD}{AC}$
 b $\cos(\angle B) = \frac{BD}{AB}$ d $\sin(\angle A_2) = \frac{CD}{AC}$ f $\tan(\angle B) = \frac{AD}{BD}$

Bladzijde 64

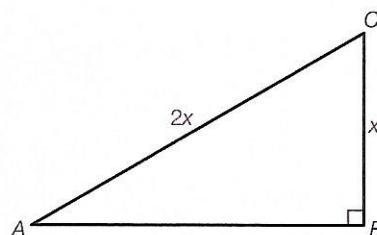
45 a $\sin(\angle A) = 0,32$ geeft $\angle A \approx 18,7^\circ$
 b $\cos(\angle A) = 0,98$ geeft $\angle A \approx 11,5^\circ$

46 a BC is de aanliggende rechthoekszijde van $\angle B$.
 AB is de schuine zijde van $\triangle ABC$.
 b Je gebruikt $\cos(\angle B)$.
 c $\cos(\angle B) = \frac{BC}{AB} = \frac{7}{9}$ geeft $\angle B \approx 38,9^\circ$

47 a $\cos(\angle A) = \frac{AB}{AC} = \frac{4}{5}$ geeft $\angle A \approx 36,9^\circ$
 b $\tan(\angle F_1) = \frac{DG}{FG} = \frac{2}{5}$ geeft $\angle F_1 \approx 21,8^\circ$
 $\cos(\angle F_2) = \frac{FG}{EF} = \frac{5}{9}$ geeft $\angle F_2 \approx 56,3^\circ$

48 $\sin(\angle P_1) = \frac{RS}{PR} = \frac{40}{50}$ geeft $\angle P_1 = 53,13\dots^\circ$
 $\cos(\angle P_2) = \frac{PQ}{PR} = \frac{45}{50}$ geeft $\angle P_2 = 25,84\dots^\circ$
 $\angle P_{12} = 53,13\dots^\circ + 25,84\dots^\circ \approx 79,0^\circ$

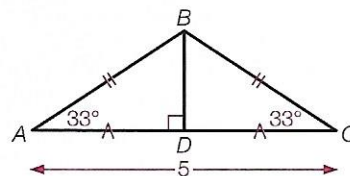
49 Zie de figuur hiernaast.
 Stel een rechthoekszijde x , dan is de schuine zijde $2x$.
 $\sin(\angle A) = \frac{BC}{AC} = \frac{x}{2x} = \frac{1}{2}$ geeft $\angle A = 30^\circ$
 $\angle C = 180^\circ - 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$ (hoekensom driehoek)
 Dus de scherpe hoeken zijn 30° en 60° .



50 a Je gebruikt $\sin(\angle B)$ om AC te berekenen.
 b $\sin(\angle B) = \frac{AC}{BC}$ geeft $\sin(29^\circ) = \frac{AC}{7}$, dus $AC = 7 \sin(29^\circ) \approx 3,39$.

Bladzijde 65

51 Zie de schets hiernaast.
 $\angle C = \angle A = 33^\circ$ (basishoeken)
 De hoogtelijn BD is symmetrieas van $\triangle ABC$, dus $AD = CD = 2,5$.
 $\cos(\angle C) = \frac{CD}{BC}$ geeft $\cos(33^\circ) = \frac{2,5}{BC}$, dus $BC = \frac{2,5}{\cos(33^\circ)} \approx 3,0$.

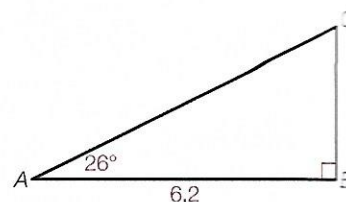


52 a $\sin(\angle D) = \frac{EF}{DE}$ geeft $\sin(56^\circ) = \frac{EF}{4,2}$
 $EF = 4,2 \sin(56^\circ) \approx 3,48$
 b • met de stelling van Pythagoras
 $\angle F = 90^\circ$, dus $DF^2 + EF^2 = DE^2$
 $DF^2 + 3,481\dots^2 = 4,2^2$
 $DF^2 = 4,2^2 - 3,481\dots^2 = 5,515\dots$
 $DF = \sqrt{5,515\dots} \approx 2,35$
 • met $\cos(\angle D)$
 $\cos(\angle D) = \frac{DF}{DE}$ geeft $\cos(56^\circ) = \frac{DF}{4,2}$
 $DF = 4,2 \cos(56^\circ) \approx 2,35$
 c Met $\cos(\angle D)$, want dat geeft minder rekenwerk.

Bladzijde 66**53** Zie de schets hiernaast.

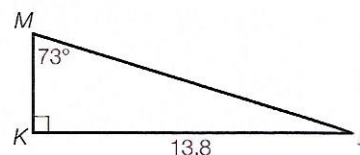
$$\cos(\angle A) = \frac{AB}{AC} \text{ geeft } \cos(26^\circ) = \frac{6,2}{AC}$$

$$AC = \frac{6,2}{\cos(26^\circ)} \approx 6,90$$

**54** Zie de schets hiernaast.

$$\tan(\angle M) = \frac{KL}{KM} \text{ geeft } \tan(73^\circ) = \frac{13,8}{KM}$$

$$KM = \frac{13,8}{\tan(73^\circ)} \approx 4,22$$

**55 a** $\sin(\angle C_1) = \frac{AD}{AC} = \frac{2}{6}$ geeft $\angle C_1 = 19,47\dots^\circ$

$$\angle C_{12} = 2 \cdot \angle C_1 = 2 \cdot 19,47\dots \approx 38,9^\circ$$

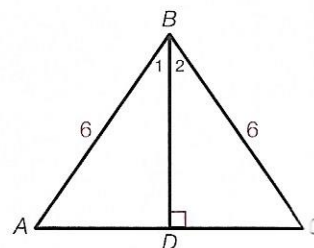
b $\angle A = 180^\circ - 90^\circ - 19,47\dots^\circ \approx 70,5^\circ$ (hoekensom driehoek)
 $\angle B = \angle A \approx 70,5^\circ$ (basishoeken)**56** Zie de schets hiernaast.

$$\angle B_1 = \angle B_2 = 70^\circ : 2 = 35^\circ$$

$$\sin(\angle B_1) = \frac{AD}{AB} \text{ geeft } \sin(35^\circ) = \frac{AD}{6}$$

$$AD = 6 \sin(35^\circ) = 3,44\dots$$

$$\text{Dus } AC = 2 \cdot 3,44\dots \approx 6,9.$$

**57** In $\triangle ABC$ is $\tan(\angle B) = \frac{AC}{AB}$ en dit geeft $\tan(28^\circ) = \frac{5}{AB}$.

$$\text{Dus } AB = \frac{5}{\tan(28^\circ)} \approx 9,4.$$

$$\angle C = 180^\circ - 90^\circ - 28^\circ = 62^\circ \text{ (hoekensom driehoek)}$$

$$\text{In } \triangle ACD \text{ is } \sin(\angle C) = \frac{AD}{AC} \text{ en dit geeft } \sin(62^\circ) = \frac{AD}{5}.$$

$$\text{Dus } AD = 5 \sin(62^\circ) \approx 4,4.$$

$$\text{In } \triangle ACD \text{ is } \cos(\angle C) = \frac{CD}{AC} \text{ en dit geeft } \cos(62^\circ) = \frac{CD}{5}.$$

$$\text{Dus } CD = 5 \cos(62^\circ) \approx 2,3.$$

58 $\tan(\angle B_2) = \frac{CD}{BC}$ geeft $\tan(42^\circ) = \frac{5}{BC}$, dus $BC = \frac{5}{\tan(42^\circ)} = 5,55\dots$

$$AC = 8 + 5,55\dots = 13,55\dots$$

$$\tan(\angle A) = \frac{CD}{AC} = \frac{5}{13,55\dots} \text{ geeft } \angle A \approx 20,3^\circ$$

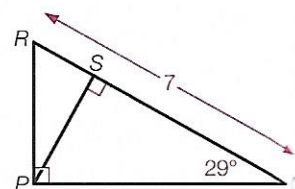
59 Zie de figuur hiernaast. De afstand van P tot zijde QR is gelijk aan de lengte van lijnstuk PS .

$$\text{In } \triangle PQR \text{ is } \cos(\angle Q) = \frac{PQ}{QR} \text{ en dit geeft } \cos(29^\circ) = \frac{PQ}{7}.$$

$$PQ = 7 \cos(29^\circ) = 6,122\dots$$

$$\text{In } \triangle PQS \text{ is } \sin(\angle Q) = \frac{PS}{PQ} \text{ en dit geeft } \sin(29^\circ) = \frac{PS}{6,122\dots}.$$

$$PS = 6,122\dots \cdot \sin(29^\circ) \approx 3,0$$

Dus de afstand van hoekpunt P tot zijde QR is ongeveer 3,0.

Bladzijde 67

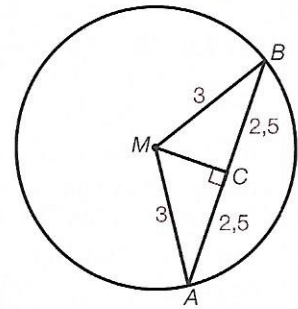
$$\begin{aligned} 60 \quad & \left. \begin{aligned} \text{omtrek cirkel} &= 6\pi \\ \text{omtrek cirkel} &= 2\pi r \end{aligned} \right\} 2\pi r = 6\pi \\ & r = 3, \text{ dus } AM = 3 \end{aligned}$$

Zie de figuur hiernaast

$AM = BM = 3$, dus $\triangle ABM$ is een gelijkbenige driehoek.

Hoogtelijn CM verdeelt AB zo, dat $AC = BC = 2,5$.

$$\cos(\angle A) = \frac{AC}{AM} = \frac{2,5}{3} \text{ geeft } \angle A \approx 33,6^\circ$$



61 Zie de figuur hiernaast met hulplijn DE loodrecht op BC .

$$\tan(\angle B_1) = \frac{AD}{AB} \text{ geeft } \tan(30^\circ) = \frac{AD}{8}$$

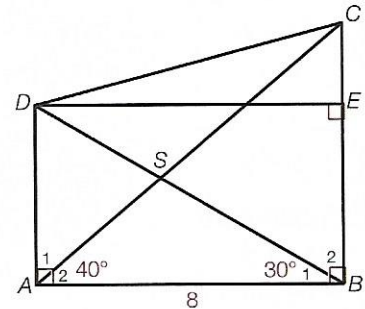
$$AD = 8 \tan(30^\circ) = 4,61 \dots$$

$$\tan(\angle A_2) = \frac{BC}{AB} \text{ geeft } \tan(40^\circ) = \frac{BC}{8}$$

$$BC = 8 \tan(40^\circ) = 6,71 \dots$$

$$CE = BC - AD = 6,71 \dots - 4,61 \dots = 2,09 \dots$$

$$\begin{aligned} \text{In } \triangle CDE \text{ is } \angle E = 90^\circ, \text{ dus } CD^2 &= DE^2 + CE^2 \\ CD^2 &= 8^2 + 2,09 \dots^2 = 68,38 \dots \\ CD &= \sqrt{68,38 \dots} \approx 8,3 \end{aligned}$$



62 a Zie de figuur hiernaast.

Van de gelijkzijdige driehoek ABC zijn alle hoeken 60° .

De hoogtelijn CD verdeelt zijde AB zo, dat $AD = BD = 1$.

In $\triangle ACD$ is $\angle D = 90^\circ$, dus $AD^2 + CD^2 = AC^2$

$$1^2 + CD^2 = 2^2$$

$$CD^2 = 2^2 - 1^2 = 3$$

$$CD = \sqrt{3}$$

$$\tan(\angle A) = \frac{CD}{AD} \text{ geeft } \tan(60^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{1} = \sqrt{3}$$

$$\sin(\angle A) = \frac{CD}{AC} \text{ geeft } \sin(60^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{1}{2}\sqrt{3}$$

$$\cos(\angle A) = \frac{AD}{AC} \text{ geeft } \cos(60^\circ) = \frac{1}{2}$$

$$b \quad \tan(\angle C) = \frac{AD}{CD} \text{ geeft } \tan(30^\circ) = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{1}{3}\sqrt{3}$$

$$\sin(\angle C) = \frac{AD}{AC} \text{ geeft } \sin(30^\circ) = \frac{1}{2}$$

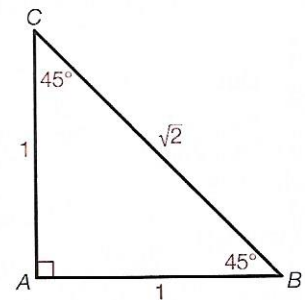
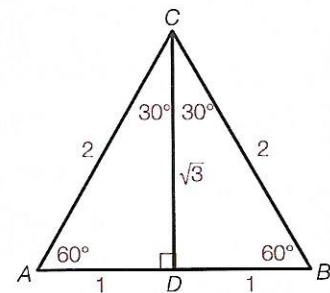
$$\cos(\angle C) = \frac{CD}{AC} \text{ geeft } \cos(30^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{1}{2}\sqrt{3}$$

c Zie de gelijkbenige rechthoekige driehoek ABC in de figuur hiernaast.

$$\tan(\angle B) = \frac{AC}{AB} \text{ geeft } \tan(45^\circ) = \frac{1}{1} = 1$$

$$\sin(\angle B) = \frac{AC}{BC} \text{ geeft } \sin(45^\circ) = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{1}{2}\sqrt{2}$$

$$\cos(\angle B) = \frac{AB}{BC} \text{ geeft } \cos(45^\circ) = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{1}{2}\sqrt{2}$$



7.5 Berekeningen met goniometrie

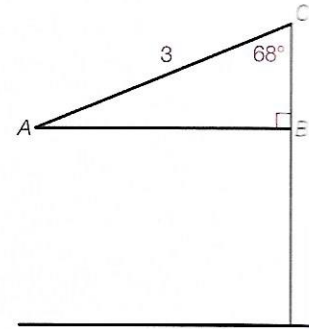
Bladzijde 68

63 a $\cos(\angle C) = \frac{BC}{AC}$ geeft $\cos(68^\circ) = \frac{BC}{3}$

$$BC = 3 \cos(68^\circ) \approx 1,1$$

b Zie de schets hiernaast.

In opgave a is berekend dat $BC \approx 1,1$, dus bij een wijkhoek van 68° zit Matthijs ongeveer $3,5 - 1,1 = 2,4$ meter boven de grond.



Bladzijde 69

64 In de schets hiernaast is $BC = 1284 - 734 = 550$ meter. Het hellingspercentage is 15%, dus $\tan(\angle A) = 0,15$ en dit geeft $\angle A = 8,53\dots^\circ$

$$\sin(\angle A) = \frac{BC}{AC} \text{ geeft } \sin(8,53\dots^\circ) = \frac{550}{AC}$$

$$AC = \frac{550}{\sin(8,53\dots^\circ)} \approx 3708$$

Dus de lengte van de weg tussen de twee hoogteborden is ongeveer 3708 meter.



65 a De wingsuitvlieger legt met 210 km per uur in 2 minuten $\frac{2}{60} \cdot 210 = 7$ km af.

Dus de lengte van de vlucht is 7 km.

b Zie de figuur hiernaast.

$$\sin(\angle B) = \frac{AC}{BC} = \frac{1,8}{7} \text{ geeft } \angle B = 14,90\dots^\circ$$

$$\text{hellingsgetal} = \tan(\text{hellingshoek}) = \tan(14,90\dots^\circ) = 0,2660\dots$$

Dus hellingspercentage $\approx 26,6\%$.

Alternatieve uitwerking

$$\angle A = 90^\circ, \text{ dus } AB^2 + AC^2 = BC^2$$

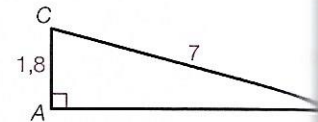
$$AB^2 + 1,8^2 = 7^2$$

$$AB^2 = 7^2 - 1,8^2 = 45,76$$

$$AB = \sqrt{45,76} = 6,76\dots$$

$$\text{hellingsgetal} = \frac{AC}{AB} = \frac{1,8}{6,76\dots} = 0,2660\dots$$

Dus hellingspercentage $\approx 26,6\%$.



66 Zie de figuur hiernaast.

$$BC = 28,5 + 1,8 = 30,3$$

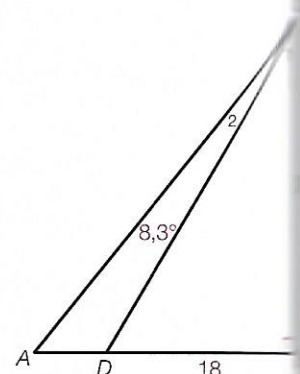
$$\tan(\angle C_1) = \frac{BD}{BC} = \frac{18}{30,3} \text{ geeft } \angle C_1 = 30,7\dots^\circ$$

$$\angle C_{12} = 30,7\dots^\circ + 8,3^\circ = 39,0\dots^\circ$$

$$\tan(\angle C_{12}) = \frac{AB}{BC} \text{ geeft } \tan(39,0\dots^\circ) = \frac{AB}{30,3}$$

$$AB = 30,3 \tan(39,0\dots^\circ) = 24,54\dots$$

De breedte van de rivier is $24,54\dots - 18 \approx 6,5$ meter.



Bladzijde 70

- 67 a**
- Zie de figuur hiernaast.

1 knoop = 1 zeemijl per uur = 1852 meter per uur

Het schip vaart met 12 knopen in 15 minuten van S naar Z , dus

$$SZ = \frac{15}{60} \cdot 12 \cdot 1852 = 5556 \text{ meter.}$$

$$\sin(\angle V) = \frac{SZ}{SV} \text{ geeft } \sin(28^\circ) = \frac{5556}{SV}$$

$$SV = \frac{5556}{\sin(28^\circ)} \approx 11\,835$$

Dus om 8:00 uur is de afstand van het schip tot de vuurtoren ongeveer 11 835 meter.

- b**
- Zie de figuur van vraag a.

$$\tan(\angle V) = \frac{SZ}{VZ} \text{ geeft } \tan(28^\circ) = \frac{5556}{VZ}$$

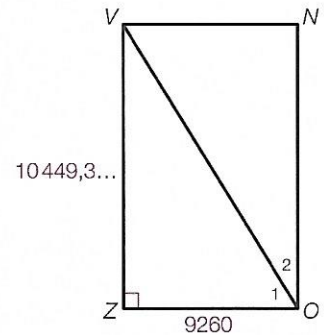
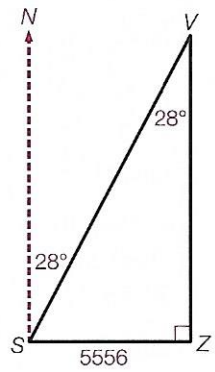
$$VZ = \frac{5556}{\tan(28^\circ)} = 10\,449,3\dots$$

Zie de figuur hiernaast.

Het schip vaart met 12 knopen in 25 minuten van Z naar O , dus

$$OZ = \frac{25}{60} \cdot 12 \cdot 1852 = 9260 \text{ meter.}$$

$$\tan(\angle O_2) = \frac{NV}{NO} = \frac{9260}{10\,449,3\dots} \text{ geeft } \angle O_2 \approx 41,5^\circ$$

Dus om 8:40 uur is vanaf het schip gezien de hoek tussen het noorden en de vuurtoren ongeveer $41,5^\circ$.

- 68 a**
- Zie de schets hiernaast.

$$\cos(\angle A) = \frac{AQ}{AP} \text{ geeft } \cos(9,6^\circ) = \frac{AQ}{180}$$

$$AQ = 180 \cos(9,6^\circ) = 177,47\dots$$

$$\sin(\angle A) = \frac{PQ}{AP} \text{ geeft } \sin(9,6^\circ) = \frac{PQ}{180}$$

$$PQ = 180 \sin(9,6^\circ) = 30,01\dots$$

$$\tan(\angle B) = \frac{PQ}{BQ} \text{ geeft } \tan(15^\circ) = \frac{30,01\dots}{BQ}$$

$$BQ = \frac{30,01\dots}{\tan(15^\circ)} = 112,03\dots$$

Dus $AB = AQ + BQ = 177,47\dots + 112,03\dots \approx 290 \text{ cm.}$

- b**
- Bij de achterste rij zonnepanelen is geen ruimte voor schaduwval nodig.

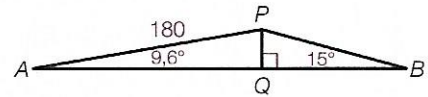
Leg je de zonnepanelen over 6 meter achter elkaar:

dan passen er, afgezien van de laatste rij, $\frac{600 - 177}{290} \approx 1,5$ panelen achter elkaar,en passen er $\frac{1850}{80} \approx 23,1$ panelen naast elkaar, dus in totaal $2 \cdot 23 = 46$ zonnepanelen.

Leg je de zonnepanelen over 18,5 meter achter elkaar:

dan passen er, afgezien van de laatste rij, $\frac{1850 - 177}{290} \approx 5,8$ panelen achter elkaar,en passen er $\frac{600}{80} = 7,5$ panelen naast elkaar, dus in totaal $6 \cdot 7 = 42$ zonnepanelen.

Dus er kunnen maximaal 46 zonnepanelen geplaatst worden.



- 69 a** Zie de schets hiernaast.

$$\tan(\angle B_1) = \frac{AD}{AB} = \frac{24,5}{470} \text{ geeft } \angle B_1 = 2,98...^\circ$$

$$\angle D_2 = \angle B_1 = 2,98...^\circ \text{ (Z-hoeken)}$$

$$\angle D_3 = 37,5^\circ - 2,98...^\circ = 34,51...^\circ$$

$$\tan(\angle D_3) = \frac{CE}{CD} \text{ geeft } \tan(34,51...^\circ) = \frac{CE}{470}$$

$$CE = 470 \tan(34,51...^\circ) = 323,21...$$

Dus het uitkijkplatform zit op een hoogte van

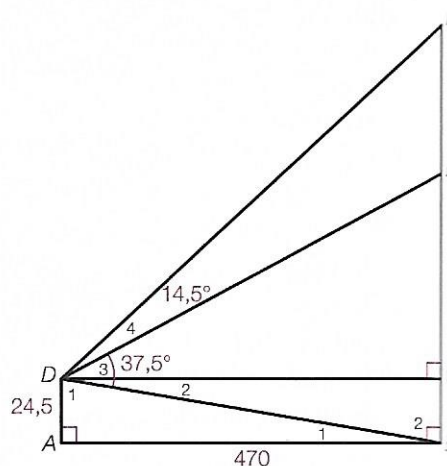
$$24,5 + 323,21... \approx 347,7 \text{ meter.}$$

- b** $\tan(\angle D_{34}) = \frac{CF}{CD} \text{ geeft } \tan(34,51...^\circ + 14,5^\circ) = \frac{CF}{470}$

$$CF = 470 \tan(49,01...^\circ) = 540,97...$$

Dus de hoogte van de CN-tower is

$$24,5 + 540,97... \approx 565,5 \text{ meter.}$$



Bladzijde 71

- 70 a** Zie de schets hiernaast.

$$AD = BC = 3 \text{ m}$$

$$\sin(\angle A_1) = \frac{OD}{AD} \text{ geeft } \sin(49^\circ) = \frac{OD}{3}$$

$$OD = 3 \sin(49^\circ) \approx 2,3$$

De kist raakt de muur op een hoogte van ongeveer 2,3 meter.

- b** Zie de schets van vraag a.

$$\angle D_1 = 180^\circ - 90^\circ - 49^\circ = 41^\circ \text{ (hoekensom driehoek)}$$

$$\angle D_2 = 180^\circ - 90^\circ - 41^\circ = 49^\circ \text{ (gestrekte hoek)}$$

$$\cos(\angle D_2) = \frac{DE}{CD} \text{ geeft } \cos(49^\circ) = \frac{DE}{1,5}$$

$$DE = 1,5 \cos(49^\circ) = 0,984...$$

$$OE = OD + DE = 2,264... + 0,984... \approx 3,25$$

Dus punt C is op een hoogte van ongeveer 3,25 meter.

- c** Zie de schets hiernaast.

C ligt recht boven A.

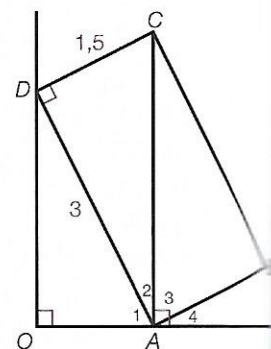
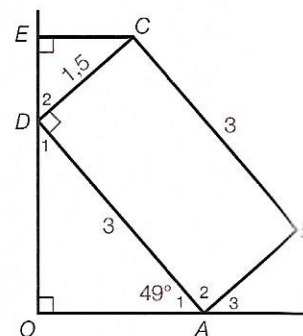
$$\tan(\angle A_2) = \frac{CD}{AD} = \frac{1,5}{3} \text{ geeft } \angle A_2 = 26,56...^\circ$$

$$\angle A_1 = 90^\circ - 26,56...^\circ = 63,43...^\circ \text{ (rechte hoek)}$$

$$\cos(\angle A_1) = \frac{AO}{AD} \text{ geeft } \cos(63,43...^\circ) = \frac{AO}{3}$$

$$AO = 3 \cos(63,43...^\circ) \approx 1,34$$

Dus de afstand van A tot de muur is ongeveer 1,34 meter als de kist juist terugvalt.



Alternatieve uitwerking

Zie de schets hiernaast.

In $\triangle ACD$ is $\angle D = 90^\circ$, dus $AC^2 = AD^2 + CD^2$

$$AC^2 = 3^2 + 1,5^2 = 11,25$$

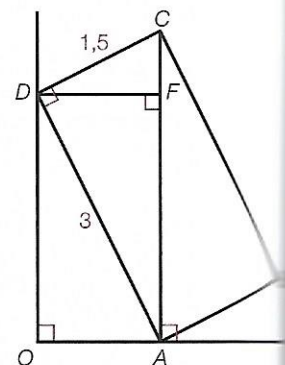
$$AC = \sqrt{11,25} = 3,35...$$

bach-stelling in $\triangle ACD$: $DF \cdot AC = AD \cdot CD$

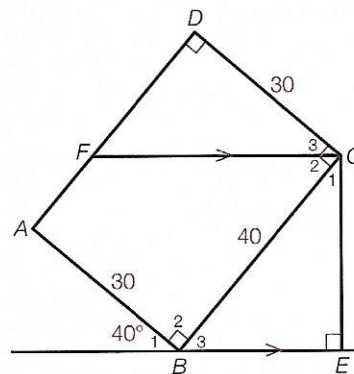
$$DF \cdot 3,35... = 3 \cdot 1,5$$

$$DF = \frac{3 \cdot 1,5}{3,35...} \approx 1,34$$

Dus de afstand van A tot de muur is ongeveer 1,34 meter als de kist juist terugvalt.

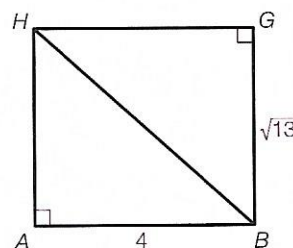
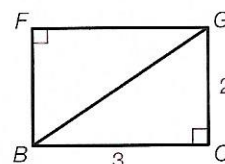


- 71** Zie de schets hiernaast.
 $\angle B_3 = 180^\circ - 90^\circ - 40^\circ = 50^\circ$ (gestrekte hoek)
 $\angle C_2 = \angle B_3 = 50^\circ$ (Z-hoeken)
 $\angle C_3 = 90^\circ - 50^\circ = 40^\circ$ (rechte hoek)
 Het eruit gestroomde water komt uit een prisma met grondvlak $\triangle CDF$ en hoogte 50 cm.
 $\tan(\angle C_3) = \frac{DF}{CD}$ geeft $\tan(40^\circ) = \frac{DF}{30}$
 $DF = 30 \tan(40^\circ) = 25,17\dots$
 opp grondvlak $= \frac{1}{2} \cdot 30 \cdot 25,17\dots = 377,5\dots \text{ cm}^2$
 inhoud prisma $= 377,5\dots \cdot 50 = 18879,7\dots \text{ cm}^3$
 De inhoud van de bak is $30 \cdot 40 \cdot 50 = 60000 \text{ cm}^3$.
 Dus na kanteling zit er nog
 $60000 - 18879,7\dots = 41120,2\dots \text{ cm}^3 \approx 41,1$ liter water in de bak.



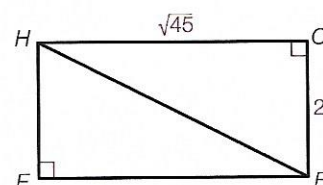
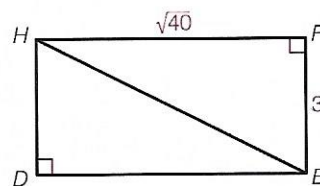
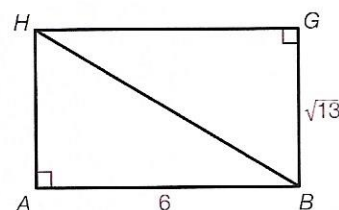
- 72** a $\angle DAS, \angle SAD, \angle CAD$ of $\angle DAC$
 b $\angle ABS, \angle SBA, \angle DBA$ of $\angle ABD$
 c $\angle CBS, \angle SBC, \angle DBC$ of $\angle CBD$
 d $\angle BSC$ of $\angle CSB$
 e $\angle BCD$ of $\angle DCB$
 f $\angle ADS, \angle SDA, \angle ADB$ of $\angle BDA$

- 73** a Zijvlak $BCGF$ is een rechthoek.
 b Zie de schets hiernaast.
 In $\triangle BCG$ is $\angle C = 90^\circ$, dus $BG^2 = BC^2 + CG^2$
 $BG^2 = 3^2 + 2^2 = 13$
 $BG = \sqrt{13}$
 c Diagonaalvlak $ABGH$ is een rechthoek.
 d Zie de schets hiernaast.
 $\tan(\angle GBH) = \frac{GH}{BG} = \frac{4}{\sqrt{13}}$ geeft $\angle GBH \approx 48,0^\circ$



Bladzijde 72

- 74** a In $\triangle BCG$ is $\angle C = 90^\circ$, dus $BG^2 = BC^2 + CG^2 = 2^2 + 3^2 = 13$
 $BG = \sqrt{13}$
 Zie de schets hiernaast.
 $\tan(\angle BHG) = \frac{BG}{GH} = \frac{\sqrt{13}}{6}$ geeft $\angle BHG \approx 31,0^\circ$
 b In $\triangle EFH$ is $\angle E = 90^\circ$, dus $FH^2 = EF^2 + EH^2 = 6^2 + 2^2 = 40$
 $FH = \sqrt{40}$
 Zie de schets hiernaast.
 $\tan(\angle HBF) = \frac{HF}{BF} = \frac{\sqrt{40}}{3}$ geeft $\angle HBF \approx 64,6^\circ$
 c In $\triangle CDH$ is $\angle D = 90^\circ$, dus $CH^2 = CD^2 + DH^2 = 6^2 + 3^2 = 45$
 $CH = \sqrt{45}$
 Zie de schets hiernaast.
 $\tan(\angle CBH) = \frac{CH}{BC} = \frac{\sqrt{45}}{2}$ geeft $\angle CBH \approx 73,4^\circ$



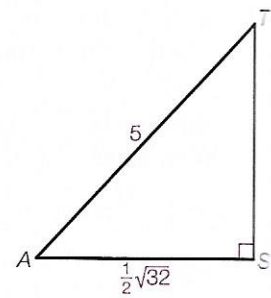
Bladzijde 73

- 75 a** In $\triangle ABC$ is $\angle B = 90^\circ$, dus $AC^2 = AB^2 + BC^2 = 4^2 + 4^2 = 32$
 $AC = \sqrt{32}$

$$AS = CS = \frac{1}{2}AC = \frac{1}{2}\sqrt{32}$$

Zie de figuur hiernaast.

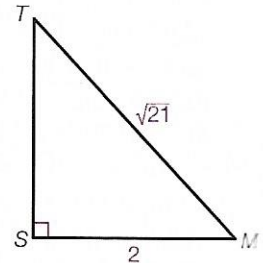
$$\cos(\angle TAS) = \frac{AS}{AT} = \frac{\frac{1}{2}\sqrt{32}}{5} \text{ geeft } \angle TAS \approx 55,6^\circ$$



- b** $BM = \frac{1}{2}BC = \frac{1}{2} \cdot 4 = 2$
 In $\triangle BMT$ is $\angle M = 90^\circ$, dus $MT^2 + BM^2 = BT^2$
 $MT^2 + 2^2 = 5^2$
 $MT^2 = 5^2 - 2^2 = 21$
 $MT = \sqrt{21}$

Zie de figuur hiernaast.

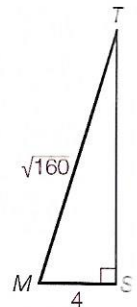
$$\cos(\angle TMS) = \frac{MS}{MT} = \frac{2}{\sqrt{21}} \text{ geeft } \angle TMS \approx 64,1^\circ$$



- 76 a** In $\triangle AMT$ is $\angle M = 90^\circ$, dus $MT^2 + AM^2 = AT^2$
 $MT^2 + 3^2 = 13^2$
 $MT^2 = 13^2 - 3^2 = 160$
 $MT = \sqrt{160}$

Zie de figuur hiernaast.

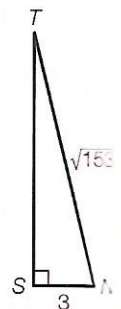
$$\cos(\angle TMS) = \frac{MS}{TM} = \frac{4}{\sqrt{160}} \text{ geeft } \angle TMS \approx 71,6^\circ$$



- b** In $\triangle BNT$ is $\angle N = 90^\circ$, dus $NT^2 + BN^2 = BT^2$
 $NT^2 + 4^2 = 13^2$
 $NT^2 = 13^2 - 4^2 = 153$
 $NT = \sqrt{153}$

Zie de figuur hiernaast.

$$\cos(\angle TNS) = \frac{NS}{NT} = \frac{3}{\sqrt{153}} \text{ geeft } \angle TNS \approx 76,0^\circ$$



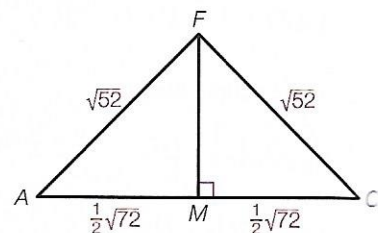
- 77** In $\triangle BCF$ is $\angle B = 90^\circ$, dus $CF^2 = BC^2 + BF^2 = 6^2 + 4^2 = 52$
 $CF = \sqrt{52}$
 In $\triangle ABF$ is $\angle B = 90^\circ$, dus $AF^2 = AB^2 + BF^2 = 6^2 + 4^2 = 52$
 $AF = \sqrt{52}$
 In $\triangle ABC$ is $\angle B = 90^\circ$, dus $AC^2 = AB^2 + BC^2 = 6^2 + 6^2 = 72$
 $AC = \sqrt{72}$

Zie de figuur hiernaast.

Hoogtelijn FM is symmetrieas van de gelijkbenige driehoek ACF ,
 dus $AM = CM = \frac{1}{2}AC = \frac{1}{2}\sqrt{72}$.

$$\cos(\angle MCF) = \frac{CM}{CF} = \frac{\frac{1}{2}\sqrt{72}}{\sqrt{52}} \text{ geeft } \angle MCF \approx 54,0^\circ$$

$$\angle ACF = \angle MCF \approx 54,0^\circ$$



78 In $\triangle DCH$ is $\angle D = 90^\circ$, dus $CH^2 = CD^2 + DH^2 = 6^2 + 5^2 = 61$
 $CH = \sqrt{61}$

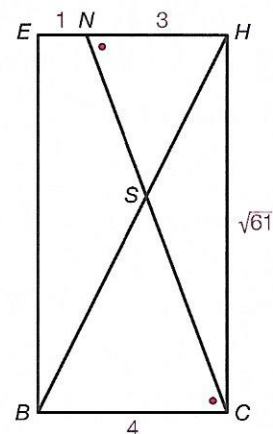
Zie de schets hiernaast.

$$\tan(\angle CBH) = \frac{CH}{BC} = \frac{\sqrt{61}}{4} \text{ geeft } \angle CBH = 62,88\dots^\circ$$

$$\tan(\angle HNC) = \frac{CH}{NH} = \frac{\sqrt{61}}{3} \text{ geeft } \angle HNC = 68,98\dots^\circ$$

$$\angle BCS = \angle HNC = 68,98\dots^\circ \text{ (Z-hoeken)}$$

$$\angle BSC = 180^\circ - 68,98\dots^\circ - 62,88\dots^\circ \approx 48,1^\circ \text{ (hoekensom driehoek)}$$



Gemengde opgaven

Bladzijde 74

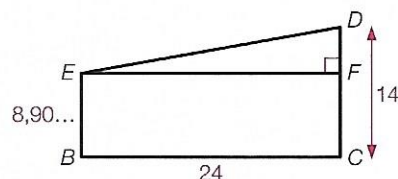
1 $\tan(\angle A) = \frac{BE}{AB}$ geeft $\tan(24^\circ) = \frac{BE}{20}$

$$BE = 20 \tan(24^\circ) = 8,90\dots$$

Zie de schets hiernaast.

$$DF = 14 - 8,90\dots = 5,09\dots$$

Het gevraagde hellingspercentage is $\frac{5,09\dots}{24} \times 100\% \approx 21,2\%$.



2 $60 \text{ km per uur} = \frac{60000}{3600} \text{ meter per seconde} = 16,66\dots \text{ meter per seconde}$

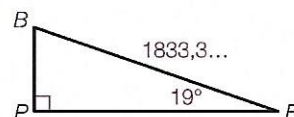
De tokkelbaan is dus $110 \cdot 16,66\dots = 1833,3\dots$ meter lang.

Zie de schets hiernaast.

$$\sin(\angle E) = \frac{BP}{BE} \text{ geeft } \sin(19^\circ) = \frac{BP}{1833,3\dots}$$

$$BP = 1833,3\dots \cdot \sin(19^\circ) = 596,8\dots$$

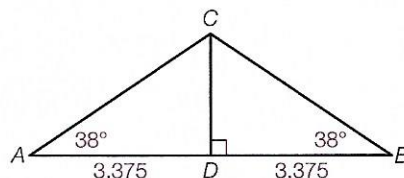
Het beginstation ligt op een hoogte van $1400 + 596,8\dots \approx 2000$ meter.



3 Zie de schets hiernaast.

$$\cos(\angle A) = \frac{AD}{AC} \text{ geeft } \cos(38^\circ) = \frac{3,375}{AC}, \text{ dus } AC = \frac{3,375}{\cos(38^\circ)} = 4,28\dots$$

De totale kosten zijn $4,28\dots \cdot 12 \cdot 2 \cdot 125 \approx 12848,81$ euro.



4 Zie de schets hiernaast.

$$\tan(\angle C) = \frac{AB_1}{AC} \text{ geeft } \tan(82^\circ) = \frac{AB_1}{60}$$

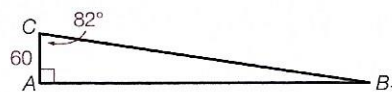
$$AB_1 = 60 \tan(82^\circ) = 426,9\dots$$

Zie de schets hiernaast.

$$\tan(\angle C) = \frac{AB_2}{AC} \text{ geeft } \tan(84^\circ) = \frac{AB_2}{60}$$

$$AB_2 = 60 \tan(84^\circ) = 570,8\dots$$

De afstand is $570,8\dots - 426,9\dots \approx 144$ meter.



5 $\angle D_2 = \angle C = 63^\circ$ (basishoeken)

$$\angle B_2 = 180^\circ - 2 \cdot 63^\circ = 54^\circ \text{ (hoekensom driehoek)}$$

$$\angle D_1 = \angle B_2 = 54^\circ \text{ (Z-hoeken)}$$

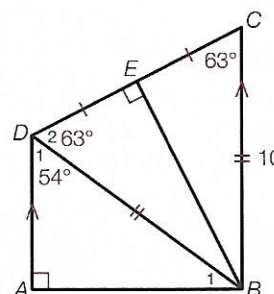
Zie de schets hiernaast.

$$\cos(\angle C) = \frac{CE}{BC} \text{ geeft } \cos(63^\circ) = \frac{CE}{10}, \text{ dus } CE = 10 \cos(63^\circ) = 4,53\dots$$

$$\cos(\angle D_1) = \frac{AD}{BD} \text{ geeft } \cos(54^\circ) = \frac{AD}{10}, \text{ dus } AD = 10 \cos(54^\circ) = 5,87\dots$$

$$\sin(\angle D_1) = \frac{AB}{BD} \text{ geeft } \sin(54^\circ) = \frac{AB}{10}, \text{ dus } AB = 10 \sin(54^\circ) = 8,09\dots$$

De omtrek van het trapezium is $8,09\dots + 10 + 2 \cdot 4,53\dots + 5,87\dots \approx 33,0$.



Bladzijde 75

- 6** Zie de schets hiernaast.

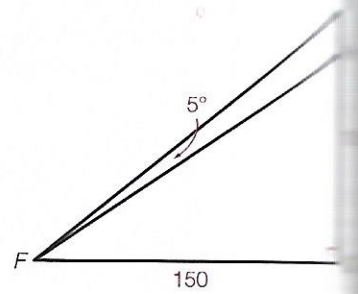
$$\tan(\angle GFH) = \frac{GH}{FG} = \frac{100}{150} \text{ geeft } \angle GFH = 33,69\dots^\circ$$

$$\angle GFI = 33,69\dots^\circ + 5^\circ = 38,69\dots^\circ$$

$$\tan(\angle GFI) = \frac{GI}{FG} \text{ geeft } \tan(38,69\dots^\circ) = \frac{GI}{150}$$

$$GI = 150 \tan(38,69\dots^\circ) = 120,1\dots$$

Dus de hoogte van het hoofd is $120,1\dots - 100 \approx 20$ meter.



- 7 a** Zie de figuur hiernaast.

$$\tan(\angle B) = \frac{CM}{BM} \text{ geeft } \tan(72^\circ) = \frac{CM}{13}$$

$$CM = 13 \tan(72^\circ) = 40,0\dots$$

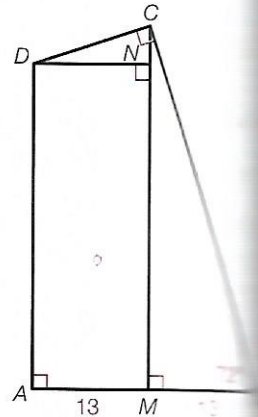
De hoogte van het punt C is $8 + 40,0\dots \approx 48$ meter.

- b** $\angle BCM = 180^\circ - 72^\circ - 90^\circ = 18^\circ$ (hoekensom driehoek)

$$\angle DCN = 90^\circ - 18^\circ = 72^\circ \text{ (rechte hoek)}$$

$$\sin(\angle DCN) = \frac{DN}{CD} \text{ geeft } \sin(72^\circ) = \frac{13}{CD}$$

$$CD = \frac{13}{\sin(72^\circ)} \approx 13,7 \text{ meter}$$



- 8 a** Zie de schets hiernaast.

$$\sin(\angle BTM) = \frac{BM}{BT} \text{ geeft } \sin(15^\circ) = \frac{BM}{8}$$

$$BM = 8 \sin(15^\circ) = 2,07\dots, \text{ dus } BC = 2 \cdot 2,07\dots = 4,14\dots$$

De oppervlakte van het grondvlak is $4,14\dots^2 \approx 17,1$.

- b** In $\triangle ABD$ is $\angle A = 90^\circ$, dus $BD^2 = AB^2 + AD^2 = 2 \cdot 4,14\dots^2 = 34,29\dots$

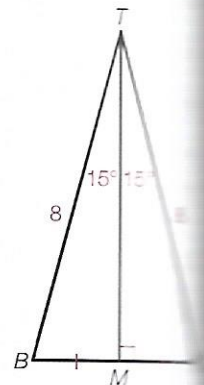
$$BD = \sqrt{34,29\dots} = 5,85\dots$$

In $\triangle BDT$ is hoogtelijn TS de symmetrieas, dus $\angle BST = 90^\circ$ en

$$BS = DS = \frac{1}{2} BD = \frac{1}{2} \cdot 5,85\dots = 2,92\dots$$

$$\cos(\angle SBT) = \frac{BS}{BT} = \frac{2,92\dots}{8} \text{ geeft } \angle SBT \approx 68,5^\circ$$

$$\angle DBT = \angle SBT \approx 68,5^\circ$$



- 9** Omdat de rechthoekige driehoeken ABP , BCQ , GHQ en EHP

elk rechthoekszijden met lengte 6 en 2 hebben, zijn ook de

schuine zijden van deze driehoeken gelijk. Oftewel

$BP = BQ = HQ = HP$, en dus is vierhoek $BQHP$ een ruit.

Omdat $BQHP$ een ruit is, staan de diagonalen PQ en BH

loodrecht op elkaar, en delen elkaar en de hoeken middendoor.

In $\triangle ABC$ is $\angle B = 90^\circ$, dus $AC^2 = AB^2 + BC^2 = 6^2 + 6^2 = 72$

$$AC = \sqrt{72}$$

$$PQ = AC = \sqrt{72}$$

De uitgebreide stelling van Pythagoras geeft

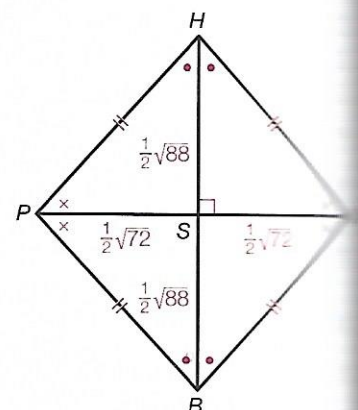
$$BH^2 = BC^2 + CG^2 + GH^2 = 6^2 + 4^2 + 6^2 = 88, \text{ dus } BH = \sqrt{88}.$$

Zie de schets hiernaast.

$$\tan(\angle SPH) = \frac{HS}{PS} = \frac{\frac{1}{2}\sqrt{88}}{\frac{1}{2}\sqrt{72}} \text{ geeft } \angle SPH = 47,86\dots^\circ$$

$$\angle BPH = 2 \cdot \angle SPH \approx 95,7^\circ$$

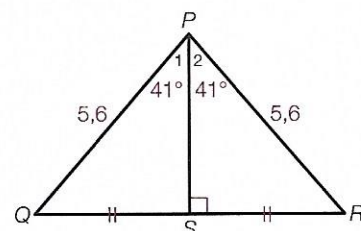
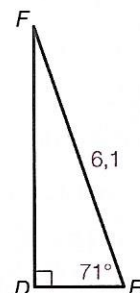
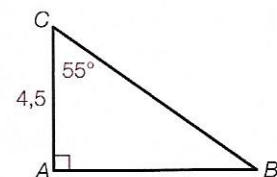
$$\angle BHQ = \angle PHS = 180^\circ - 90^\circ - 47,86\dots^\circ \approx 42,1^\circ \text{ (hoekensom driehoek)}$$



Diagnostische toets

Bladzijde 78

- 1 a** $\tan(\angle A) = \frac{BC}{AB} = \frac{26}{19}$ geeft $\angle A \approx 53,8^\circ$
- b** $\tan(\angle D) = \frac{EF}{DE}$ geeft $\tan(16^\circ) = \frac{EF}{24,1}$
 $EF = 24,1 \tan(16^\circ) \approx 6,9$
- c** hellingspercentage = 57%, dus hellingsgetal = 0,57.
 hellingsgetal = $\frac{KM}{KL}$ geeft $0,57 = \frac{70}{KL}$
 $KL = \frac{70}{0,57} \approx 122,8$
- 2 a** In $\triangle ACE$ is $\angle C = 90^\circ$, dus $AE^2 = AC^2 + CE^2 = 31^2 + 24^2 = 1537$
 $AE = \sqrt{1537} \approx 39,2\dots$
 $\tan(\angle A_2) = \frac{DE}{AE}$ geeft $\tan(27^\circ) = \frac{DE}{39,2\dots}$
 $DE = 39,2\dots \cdot \tan(27^\circ) \approx 20,0$
- b** $\tan(\angle A_1) = \frac{CE}{AC} = \frac{24}{31}$ geeft $\angle A_1 \approx 37,7^\circ$
- c** $\tan(\angle A_{12}) = \frac{BC}{AC}$ geeft $\tan(37,7\dots^\circ + 27^\circ) = \frac{BC}{31}$
 $BC = 31 \tan(64,7\dots^\circ) = 65,71\dots$
 $BE = BC - CE = 65,71\dots - 24 \approx 41,7$
- 3 a** $\sin(\angle C) = \frac{AB}{AC}$ geeft $\sin(37^\circ) = \frac{AB}{15}$
 $AB = 15 \sin(37^\circ) \approx 9,0$
- b** $\sin(\angle E) = \frac{DF}{DE} = \frac{24}{27}$ geeft $\angle E \approx 62,7^\circ$
- 4** $\sin(\angle S_1) = \frac{PQ}{QS} = \frac{41}{46}$ geeft $\angle S_1 = 63,03\dots^\circ$
 $\tan(\angle S_2) = \frac{QR}{QS} = \frac{28}{46}$ geeft $\angle S_2 = 31,32\dots^\circ$
 $\angle S_{12} = 63,03\dots^\circ + 31,32\dots^\circ \approx 94,4^\circ$
- 5 a** Zie de schets hiernaast.
 $\tan(\angle C) = \frac{AB}{AC}$ geeft $\tan(55^\circ) = \frac{AB}{4,5}$
 $AB = 4,5 \tan(55^\circ) \approx 6,43$
- b** Zie de schets hiernaast.
 $\cos(\angle E) = \frac{DE}{EF}$ geeft $\cos(71^\circ) = \frac{DE}{6,1}$
 $DE = 6,1 \cos(71^\circ) \approx 1,99$
- c** Zie de schets hiernaast.
 $\sin(\angle P_1) = \frac{QS}{PQ}$ geeft $\sin(41^\circ) = \frac{QS}{5,6}$
 $QS = 5,6 \sin(41^\circ) = 3,67\dots$
 $QR = 2 \cdot QS = 2 \cdot 3,67\dots \approx 7,35$

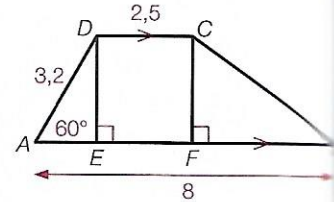


6 $\tan(\angle B_1) = \frac{AD}{AB} = \frac{3}{12}$ geeft $\angle B_1 = 14,0\dots^\circ$
 $\angle B_{12} = 14,0\dots^\circ + 20^\circ = 34,0\dots^\circ$
 $\cos(\angle B_{12}) = \frac{AB}{BC}$ geeft $\cos(34,0\dots^\circ) = \frac{12}{BC}$
 $BC = \frac{12}{\cos(34,0\dots^\circ)} \approx 14,5$

Bladzijde 79

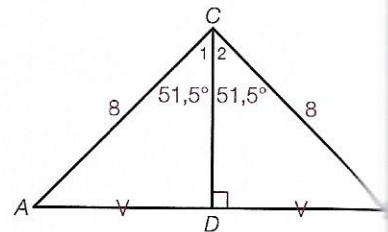
7 Zie de schets hiernaast.

$\cos(\angle A) = \frac{AE}{AD}$ geeft $\cos(60^\circ) = \frac{AE}{3,2}$
 $AE = 3,2 \cos(60^\circ) = 1,6$
 $\sin(\angle A) = \frac{DE}{AD}$ geeft $\sin(60^\circ) = \frac{DE}{3,2}$
 $DE = 3,2 \sin(60^\circ) = 2,77\dots$
 $CF = DE = 2,77\dots$
 $BF = AB - AE - EF = 8 - 1,6 - 2,5 = 3,9$
 $\tan(\angle B) = \frac{CF}{BF} = \frac{2,77\dots}{3,9}$ geeft $\angle B \approx 35,4^\circ$



8 Zie de schets hiernaast.

$\sin(\angle C_1) = \frac{AD}{AC}$ geeft $\sin(51,5^\circ) = \frac{AD}{8}$
 $AD = 8 \sin(51,5^\circ) = 6,26\dots$
 $AB = 2 \cdot AD = 2 \cdot 6,26\dots \approx 12,5$
 De breedte van de hal is ongeveer 12,5 meter.
 $\cos(\angle C_1) = \frac{CD}{AC}$ geeft $\cos(51,5^\circ) = \frac{CD}{8}$
 $CD = 8 \cos(51,5^\circ) = 4,98\dots$
 De hoogte van de hal is $3 + 4,98\dots \approx 8,0$ meter.



9 a Zie de schets hiernaast.

$\sin(\angle A) = \frac{BC}{AC}$ geeft $\sin(33^\circ) = \frac{BC}{5}$
 $BC = 5 \sin(33^\circ) = 2,72\dots$
 Het uiteinde van de hoogwerker komt op
 $2 + 2,72\dots \approx 4,7$ meter hoogte tegen de gevel.

b Zie de schets hiernaast.

$QR = 6,5 - 2 = 4,5$
 $\sin(\angle P) = \frac{QR}{PR} = \frac{4,5}{5}$ geeft $\angle P \approx 64,2^\circ$

c Zie de schets van vraag b.

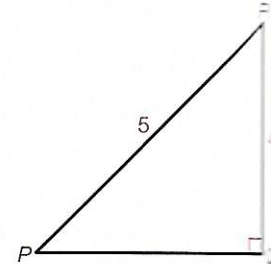
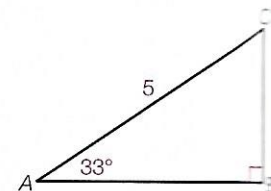
In $\triangle PQR$ is $\angle Q = 90^\circ$, dus $PQ^2 + QR^2 = PR^2$
 $PQ^2 + 4,5^2 = 5^2$
 $PQ^2 = 5^2 - 4,5^2 = 4,75$
 $PQ = \sqrt{4,75} = 2,17\dots$

Zie de schets van vraag a.

$\cos(\angle A) = \frac{AB}{AC}$ geeft $\cos(33^\circ) = \frac{AB}{5}$

$AB = 5 \cos(33^\circ) = 4,19\dots$

De wagen wordt dus $4,19\dots - 2,17\dots \approx 2,0$ meter verreden.



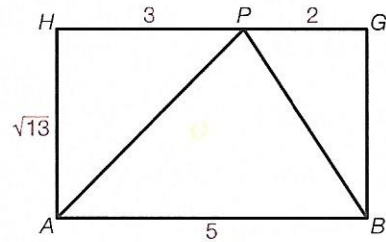
10 In $\triangle ADH$ is $\angle D = 90^\circ$, dus $AH^2 = AD^2 + DH^2$
 $AH^2 = 3^2 + 2^2 = 13$
 $AH = \sqrt{13}$

Zie de schets hiernaast.

$$\tan(\angle APH) = \frac{AH}{HP} = \frac{\sqrt{13}}{3} \text{ geeft } \angle APH = 50,23\dots^\circ$$

$$\tan(\angle BPG) = \frac{BG}{GP} = \frac{\sqrt{13}}{2} \text{ geeft } \angle BPG = 60,98\dots^\circ$$

$$\angle APB = 180^\circ - 50,23\dots^\circ - 60,98\dots^\circ \approx 68,8^\circ \text{ (gestrekte hoek)}$$



Herhaling

Bladzijde 80

- 1 a hellingsgetal = $\frac{\text{verticale verplaatsing}}{\text{horizontale verplaatsing}} = \frac{11}{39} \approx 0,3$
 b hellingsgetal = $\frac{\text{verticale verplaatsing}}{\text{horizontale verplaatsing}}$ geeft $0,62 = \frac{23}{\text{horizontaal}}$
 Dus horizontaal = $\frac{23}{0,62} \approx 37,1$.
 c hellingspercentage = 11%, dus hellingsgetal = 0,11.
 $\text{hellingsgetal} = \frac{\text{verticale verplaatsing}}{\text{horizontale verplaatsing}}$ geeft $0,11 = \frac{\text{verticaal}}{170}$
 Dus verticaal = $0,11 \cdot 170 = 18,7$.

- 2 a $\tan(\angle D) = \frac{EF}{DE} = \frac{2,1}{5,1}$ geeft $\angle D \approx 22,4^\circ$
 b hellingspercentage = 23%, dus hellingsgetal = 0,23.
 $\tan(\angle L) = \text{hellingsgetal} = 0,23$, dus $\angle L \approx 13,0^\circ$.
 c $\tan(\angle P) = \frac{QR}{PQ} = \frac{1,7}{1,9}$ geeft $\angle P \approx 41,8^\circ$

- 3 a De overstaande rechthoekszijde van $\angle A$ is BD .
 De aanliggende rechthoekszijde van $\angle A$ is AD .
 $\tan(\angle A) = \frac{BD}{AD} = \frac{8}{14}$ geeft $\angle A \approx 29,7^\circ$
 b De overstaande rechthoekszijde van $\angle C$ is BD .
 De aanliggende rechthoekszijde van $\angle C$ is CD .
 $\tan(\angle C) = \frac{BD}{CD}$ geeft $\tan(50^\circ) = \frac{8}{CD}$
 $CD = \frac{8}{\tan(50^\circ)} \approx 6,7$

Bladzijde 81

- 4 a In $\triangle CDE$ is $\tan(\angle C) = \frac{DE}{CD} = \frac{22}{16}$ geeft $\angle C \approx 54,0^\circ$.
 b $\angle B_1 = 180^\circ - 90^\circ - 14^\circ - 53,97\dots^\circ \approx 22,0^\circ$ (hoekensom driehoek)
 c $\tan(\angle B_1) = \frac{DE}{BD}$ geeft $\tan(22,02\dots^\circ) = \frac{22}{BD}$
 $BD = \frac{22}{\tan(22,02\dots^\circ)} \approx 54,4$

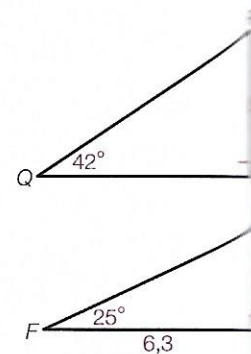
- 5 a** $\sin(\angle A) = \frac{BC}{AB} = \frac{13}{23}$ geeft $\angle A \approx 34,4^\circ$
- b** De overstaande rechthoekszijde van $\angle F$ is DE .
De schuine zijde is EF .
 $\sin(\angle F) = \frac{DE}{EF} = \frac{10}{16}$ geeft $\angle F \approx 38,7^\circ$
- c** $\sin(\angle L) = \frac{KM}{KL} = \frac{12}{33}$ geeft $\angle L \approx 21,3^\circ$

- 6** $\sin(\angle D) = \frac{EF}{DF}$ geeft $\sin(50^\circ) = \frac{EF}{16}$
 $EF = 16 \sin(50^\circ) \approx 12,3$
 $\sin(\angle L) = \frac{KM}{LM}$ geeft $\sin(23^\circ) = \frac{13}{LM}$
 $LM = \frac{13}{\sin(23^\circ)} \approx 33,3$
 $\sin(\angle P) = \frac{QR}{PQ}$ geeft $\sin(57^\circ) = \frac{QR}{20}$
 $QR = 20 \sin(57^\circ) \approx 16,8$

- 7 a** $\sin(\angle A) = \frac{CD}{AC}$ **c** $\tan(\angle C_1) = \frac{AD}{CD}$ **e** $\cos(\angle C_1) = \frac{CD}{AC}$
- b** $\cos(\angle B) = \frac{BD}{BC}$ **d** $\sin(\angle C_2) = \frac{BD}{BC}$ **f** $\tan(\angle B) = \frac{CD}{BD}$

Bladzijde 82

- 8 a** Je weet de overstaande rechthoekszijde van $\angle A$ en de schuine zijde, dus gebruik $\sin(\angle A)$.
- b** $\sin(\angle A) = \frac{BC}{AB} = \frac{8,6}{14,5}$ geeft $\angle A \approx 36,4^\circ$
- c** $\tan(\angle M) = \frac{KL}{LM} = \frac{8}{12}$ geeft $\angle M \approx 33,7^\circ$
 $\cos(\angle P) = \frac{PR}{PQ} = \frac{11,2}{12,5}$ geeft $\angle P \approx 26,4^\circ$
- 9 a** $\angle E_1$ is een hoek van de rechthoekige driehoek DEF .
 $\tan(\angle E_1) = \frac{DF}{EF} = \frac{5}{3,3}$ geeft $\angle E_1 \approx 56,6^\circ$
- b** $\angle E_2$ is een hoek van de rechthoekige driehoek EFG .
 $\cos(\angle E_2) = \frac{EF}{EG} = \frac{3,3}{3,5}$ geeft $\angle E_2 \approx 19,5^\circ$
- c** $\angle E_{12} = 56,57\dots^\circ + 19,46\dots^\circ \approx 76,0^\circ$
- 10 a** Zie de schets hiernaast.
 $\sin(\angle Q) = \frac{PR}{QR}$ geeft $\sin(42^\circ) = \frac{5,5}{QR}$
 $QR = \frac{5,5}{\sin(42^\circ)} \approx 8,22$
- b** Zie de schets hiernaast.
 $\tan(\angle F) = \frac{GH}{FH}$ geeft $\tan(25^\circ) = \frac{GH}{6,3}$
 $GH = 6,3 \tan(25^\circ) \approx 2,94$

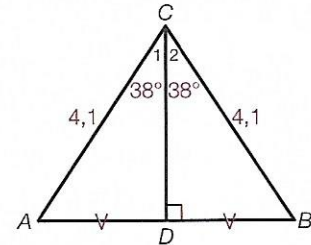


11 a Zie de schets hiernaast.

$$b \quad \sin(\angle C_1) = \frac{AD}{AC} \text{ geeft } \sin(38^\circ) = \frac{AD}{4,1}$$

$$AD = 4,1 \sin(38^\circ) = 2,52\dots$$

$$AB = 2 \cdot AD = 2 \cdot 2,52\dots \approx 5,05$$

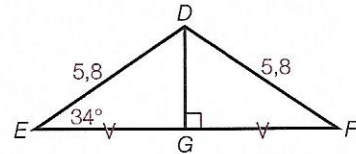


12 Zie de schets hiernaast.

$$\cos(\angle E) = \frac{EG}{DE} \text{ geeft } \cos(34^\circ) = \frac{EG}{5,8}$$

$$EG = 5,8 \cos(34^\circ) = 4,80\dots$$

$$EF = 2 \cdot 4,80\dots \approx 9,62$$



13 $\sin(\angle A) = \frac{BC}{AC} = \frac{3}{6}$ geeft $\angle A = 30^\circ$

$$\angle C_2 = 180^\circ - 90^\circ - 16^\circ - 30^\circ = 44^\circ \text{ (hoekensom driehoek)}$$

$$\tan(\angle C_2) = \frac{BD}{BC} \text{ geeft } \tan(44^\circ) = \frac{BD}{3}$$

$$BD = 3 \tan(44^\circ) \approx 2,9$$

14 $\sin(\angle Q) = \frac{RU}{QR} \text{ geeft } \sin(54^\circ) = \frac{RU}{3,9}$

$$RU = 3,9 \sin(54^\circ) = 3,15\dots$$

$$ST = RU = 3,15\dots$$

$$\cos(\angle Q) = \frac{QU}{QR} \text{ geeft } \cos(54^\circ) = \frac{QU}{3,9}$$

$$QU = 3,9 \cos(54^\circ) = 2,29\dots$$

$$PT = PQ - QU - TU = 8,6 - 2,29\dots - 2,3 = 4,00\dots$$

$$\tan(\angle P) = \frac{ST}{PT} = \frac{3,15\dots}{4,00\dots} \text{ geeft } \angle P \approx 38,2^\circ$$

Bladzijde 83

15 a Zie de schets hiernaast.

$$\sin(\angle C) = \frac{DE}{CD} \text{ geeft } \sin(56^\circ) = \frac{DE}{5}$$

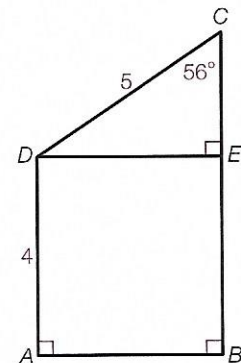
$$DE = 5 \sin(56^\circ) \approx 4,1$$

$$AB = DE \approx 4,1$$

b $\cos(\angle C) = \frac{CE}{CD} \text{ geeft } \cos(56^\circ) = \frac{CE}{5}$

$$CE = 5 \cos(56^\circ) = 2,79\dots$$

$$BC = 4 + 2,79\dots \approx 6,8$$



16 Zie de schets hiernaast.

$$\cos(\angle C_1) = \frac{CD}{AC} \text{ geeft } \cos(61^\circ) = \frac{CD}{5,6}$$

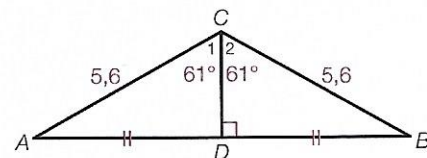
$$CD = 5,6 \cos(61^\circ) = 2,71\dots$$

Dus de hoogte van de schuur is $2,8 + 2,71\dots \approx 5,5$ meter.

$$\sin(\angle C_1) = \frac{AD}{AC} \text{ geeft } \sin(61^\circ) = \frac{AD}{5,6}$$

$$AD = 5,6 \sin(61^\circ) = 4,89\dots$$

Dus de breedte van de schuur is $2 \cdot 4,89\dots \approx 9,8$ meter.



- 17 a Zie de schets hiernaast.

$$\sin(\angle A) = \frac{BC}{AC} \text{ geeft } \sin(35^\circ) = \frac{BC}{30}$$

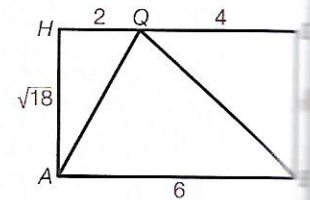
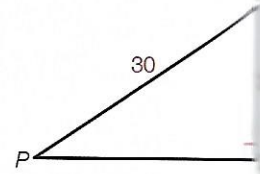
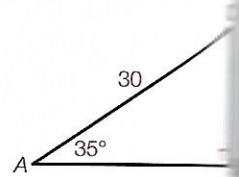
$$BC = 30 \sin(35^\circ) \approx 17,2$$

De vlieger staat ongeveer 17,2 meter hoog.

- b Zie de schets hiernaast.

$$\sin(\angle P) = \frac{QR}{PR} = \frac{24}{30} \text{ geeft } \angle P \approx 53,1^\circ$$

Het vliegtuig maakt een hoek van ongeveer $53,1^\circ$ met de grond.



- 18 a In $\triangle ADH$ is $\angle D = 90^\circ$, dus $AH^2 = AD^2 + DH^2$
 $AH^2 = 3^2 + 3^2 = 18$
 $AH = \sqrt{18}$

Zie de schets hiernaast.

- b Je weet de overstaande en de aanliggende rechthoekszijde van $\angle AQH$, dus gebruik $\tan(\angle AQH)$.

$$\tan(\angle AQH) = \frac{AH}{HQ} = \frac{\sqrt{18}}{2} \text{ geeft } \angle AQH \approx 64,8^\circ$$

- c $\tan(\angle BQG) = \frac{BG}{GQ} = \frac{\sqrt{18}}{4} \text{ geeft } \angle BQG \approx 46,7^\circ$

- d $\angle AQB = 180^\circ - 64,76\dots^\circ - 46,68\dots^\circ \approx 68,6^\circ$ (gestrekte hoek)

Onderzoek Driehoeksmeting

Bladzijde 84

- 1 a Zie de figuur hiernaast.

$$\sin(\angle C) = \frac{AD}{AC} \text{ geeft } \sin(66^\circ) = \frac{AD}{124}$$

$$AD = 124 \sin(66^\circ)$$

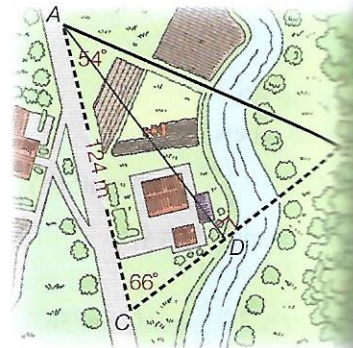
$$\angle B = 180^\circ - 54^\circ - 66^\circ = 60^\circ \text{ (hoekensom driehoek)}$$

$$\sin(\angle B) = \frac{AD}{AB} \text{ geeft } \sin(60^\circ) = \frac{AD}{AB}$$

$$AD = AB \sin(60^\circ)$$

$$\left. \begin{array}{l} AD = 124 \sin(66^\circ) \\ AD = AB \sin(60^\circ) \end{array} \right\} AB \sin(60^\circ) = 124 \sin(66^\circ)$$

$$AB = \frac{124 \sin(66^\circ)}{\sin(60^\circ)} \approx 131 \text{ meter}$$



- 2 Zie de figuur hiernaast.

$$\sin(\angle A) = \frac{CE}{AC} \text{ geeft } \sin(54^\circ) = \frac{CE}{124}$$

$$CE = 124 \sin(54^\circ)$$

$$\sin(\angle B) = \frac{CE}{BC} \text{ geeft } \sin(60^\circ) = \frac{CE}{BC}$$

$$\left. \begin{array}{l} CE = BC \sin(60^\circ) \\ CE = 124 \sin(54^\circ) \end{array} \right\} BC \sin(60^\circ) = 124 \sin(54^\circ)$$

$$BC = \frac{124 \sin(54^\circ)}{\sin(60^\circ)} \approx 116 \text{ meter}$$

